

Eksam ainekst Loogika arvutiteaduses ITI 0041 4.1.2008 kl 9.00

Kõik abimaterjalid on lubatud. Vestlemine on keelatud.

Eksami kestus on 3 tundi kuni kl. 12.00.

Palun kirjutage igale lehele nimi ja matriklinumber. Palun kirjutage loetavalt ja eristage eri ülesannete lahendused üksteisest selgelt. Kirjutamine hariliku pliiatsiga on soovitud ning eelistatav paljude parandustega pastapliiatsikirjale.

1. (8 p) Tõesta loomulikus tuletuses ja sekvensiarvutuses valemid

$$(p \supset q) \wedge r \supset (\neg q \supset \neg p) \vee s$$

$$(p \supset q) \supset ((\neg p \supset r) \supset (\neg q \supset r))$$

NB. Teise valemi korral läheb loomulikus tuletuses vaja Dilemma või RAA reeglit.

2. (8 p) Tõesta loomulikus tuletuses ja sekvensiarvutuses valemid

$$\forall x p(x, f(x, a)) \supset \forall y \exists z p(y, z)$$

$$\forall x (p(g(f(x))) \vee p(x)) \supset (\neg p(a) \supset \exists y p(g(y)))$$

3. (3 p) Konstrueeri disjunktiiisel normaalkujul valem A (literaaside konjunktsioonide disjunkttsioon), mis vastaks tõeväärtustabelile

p	q	r	A
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

4. (5 p) Kasutades predikaate

$\ell(x, y)$ — x -ile meeldib y

$c(x)$ — x on kass

$d(x)$ — x on koer

ja võrdust, tõlgi järgmised loomuliku keele laused predikaatloogikasse

Igale koerale meeldib mõni kass.

On koeri, on kasse.

Kui kellelegi meeldib mõni koer, on ta kass.

Mitte kõik, kes iseendale meeldivad, pole kassid.

Mitte keegi pole nii koer kui ka kass.

Meeldimine pole alati vastastikune.

5. (3 p) Teisenda klauselkujule (skolemiseeritud konjunktiivne normaalkuju) valem

$$\exists x \neg \exists y \forall z ((p(a, x) \supset \neg \exists w q(f(w))) \wedge r(y, z))$$

PÖÖRA LEHTE

6. (5 p) Vaatleme Kripke struktuuri $M = (W, R, I)$, kus $W = \{w_0, w_1, w_2, w_3, w_4\}$, $R = \{(w_0, w_1), (w_0, w_2), (w_1, w_1), (w_1, w_2), (w_2, w_0), (w_4, w_1), (w_4, w_3)\}$ ning I on antud tabeliga

	p	q
w_0	1	0
w_1	1	1
w_2	1	0
w_3	0	1
w_4	1	1

Millistes maailmades kehtib $\diamond(p \supset \Box q)$? Millistes kehtib $\neg \diamond \Box (\diamond p \wedge q)$? Põhjenda.

Esita struktuur ka graafiliselt.

7. (6 p) Näita semantilise aruteluga, et modaalloogikas KB (sümmeetriliste raamide loogika) on valemid

$$\begin{aligned} \diamond(p \vee \Box q) \wedge \Box \neg p \supset q \\ p \supset \Box \Box \diamond \diamond p \end{aligned}$$

üldkehtivad.

8. (3 p) Esita raamitingimus, mis vastab valemile $\diamond(p \wedge q) \wedge \diamond(p \wedge \neg q) \supset \Box p$. Põhjenda. (Vihje: Mõttele sellele, et valemile $\diamond p \supset \Box p$ vastav raamitingimus on, et iga maailma jaoks leidub ülimalt üks temast saavutatav maailm.)

9. (3 p) Vaatleme Kripke raami $F = (W, R)$, kus $W = \{w_0, w_1, w_2\}$, $R = \{(w_0, w_1), (w_0, w_2), (w_2, w_1)\}$. Leia selle jaoks interpretatsioon I , mis väärab maailmas w_0 valemi $\Box(\diamond p \supset p)$.

10. (6 p) Kuidas lugeda dünaamilise loogika valemeid

$$\begin{aligned} \langle (a; b)^* \rangle p \supset p \vee \langle a; (b; a)^*; b \rangle p \\ \neg p \supset [p?; a]r \end{aligned}$$

Näita semantilise aruteluga, et nad on üldkehtivad.